

Fehlerdiskussion bei Magnetsondenmessungen

Von W. BEZ, W. THIELO und W. WEBER

Institut für Hochtemperaturforschung der Technischen Hochschule Stuttgart
(Prof. Dr. K. H. HÖCKER, Prof. Dr. W. KLUGE)

(Z. Naturforsch. 19 a, 1466—1474 [1964]; eingegangen am 31. Juli 1964)

Der bei Magnetsondenmessungen im Plasma auftretende Randfehler wird an einem Modell untersucht. In Graphitstäbe verschiedener Durchmesser und bestimmter Leitfähigkeit sind Störungen in Form von Bohrlöchern unterschiedlicher Dimension in einem Bohrloch mit einer Magnetsonde gemessene magnetische Feld bei einer Kondensatorenentladung wird mit dem berechneten ungestörten Feldverlauf verglichen. Das Ergebnis zeigt eine starke Abhängigkeit des Randfehlers vom ungestörten radialem Stromprofil sowie von der durch den Skin-Effekt bedingten zeitlichen Stromänderung. Die Annäherung des Randfehlers an den Volumfehler und damit die Möglichkeit zur Fehlerabschätzung durch den Volumfehler ist nur für große Störverhältnisse (Stördurchmesser/Leiterdurchmesser $\rightarrow 1$) gegeben. Bei den in der Praxis benutzten Störverhältnissen $\ll 1$ ist der Randfehler auf jeden Fall größer als der nach dem Störvolumen abgeschätzte.

Bei der Untersuchung von gepulsten Plasmen werden unter anderem Magnetsonden zur Bestimmung der elektrischen und magnetischen Plasmakenngrößen, wie Magnetfeld, Stromdichte und Leitfähigkeit verwendet. Derartige Messungen sind mit einer Reihe von Fehlern behaftet, die, soweit sie die Sonde betreffen (Eichfehler, kapazitive Fehler usw.), relativ klein bzw. leicht zu kontrollieren sind. Gravierender ist der sich aus der unvermeidlichen Wechselwirkung zwischen Sonde und Plasma ergebende Fehler. Für die Veränderung des ungestörten Plasma beim Eindringen der Sonde können drei Effekte verantwortlich gemacht werden: Erstens tritt das Plasma infolge einer Temperaturdifferenz in einen Energieaustausch mit der Meßsonde. Dieser Energieaustausch bewirkt eine Temperaturerniedrigung und Trägerverarmung in einer gewissen Umgebung der Sonde; ein Vorgang, der einer scheinbaren Vergrößerung des Sondenradius gleichkommt. Die auch als Leitfähigkeitsfehler bezeichnete Energiestörung ist abhängig von der Verweilzeit der Sonde im Plasma. Bei beliebig kurzer Verweilzeit wird die Wirkung des Energieentzugs aus dem Plasma näherungsweise verschwinden.

Der zweite Effekt tritt ebenfalls auf Grund der erwähnten Temperaturdifferenz zwischen Plasma und Sonde auf. Die kurzzeitige Erhitzung der Sonde führt zur Verdampfung von atomaren Teilchen aus dem Isolatorrohr. AITKEN und Mitarbeiter¹ fanden bei Pinch-Untersuchungen in Deuterium-Plasmen ge-

ringer Dichte ($5 \cdot 10^{-2}$ Torr) in der Umgebung der Sonde eine Wolke von zweifach ionisiertem Sauerstoff mit einer Dichte von $10^{15} - 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Man nimmt an, daß diese schweren Teilchen auf Grund ihrer größeren Trägheit auf das Sondensignal einwirken. Diese Vermutung dürfte jedoch nur bei der Untersuchung von Plasmen geringer Dichte zutreffen. In Plasmen hoher Dichte und insbesondere in den von uns früher untersuchten Stickstoffplasmen ist eine wesentlich geringere Wirkung (annähernd gleiche Massenzahl!) auf das Sondensignal zu erwarten. Darüber hinaus wirken Verunreinigungen dieser Art dem Abkühleffekt entgegen und könnten die erwähnte Trägerverarmung möglicherweise ausgleichen. Die Größe dieses Fehlers hängt ebenfalls von der Verweilzeit der Sonde im Plasma und der Temperaturdifferenz zwischen beiden ab.

Der dritte Effekt ist elektrischer Natur. Mit dem die Sonde umgebenden Isolatorrohr wird in das leitende Plasmavolumen ein Nichtleiter eingebettet. Damit ergeben sich veränderte Randbedingungen für den vom Kondensator dem Plasma aufgeprägten Strom. Der infolgedessen auftretende Fehler wird als Randfehler bezeichnet. Er hängt in starkem Maße vom ungestörten Profil des Stromes über dem Querschnitt, sowie der zeitlichen Stromänderung ab.

Experimentell wurde die infolge des Randfehlers auftretende Feldstörung von DIPPEL und TECKENBURG² für eine Θ -Pinch-Entladung am Modell untersucht. Die Autoren fanden eine Verringerung der

¹ K. AITKEN, R. BICKERTON, P. GINOT, R. HARDCastle u. A. MALEIN, *Plasma Phys.* 6, 39 [1964].

² K. H. DIPPEL u. W. TECKENBURG, *Proc. 4th Int. Conf. on Ionization Phenomena in Gases*, Uppsala 1959, North Holland Publ. Comp., Amsterdam 1960, Vol. I, S. 533.



Feldstörung mit abnehmendem Stördurchmesser und abnehmender Leitfähigkeit.

Eine theoretische Untersuchung des Problems haben ECKER und Mitarbeiter³ für den Fall einer linearen Entladung durchgeführt. Wir werden im folgenden noch ausführlich auf die dabei erhaltenen Ergebnisse eingehen.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist, bei einer Kondensatorentladung über ein zylindersymmetrisches leitendes Volumen den Randfehler modellmäßig zu erfassen. Weiterhin diskutieren wir, ob und inwieweit der aus rein geometrischen Überlegungen und einfach zu bestimmende Volumfehler, d. h. das Verhältnis von Störvolumen vor der Sonde und untersuchtem Plasmavolumen für eine Abschätzung des Randfehlers herangezogen werden kann.

1. Versuchsaufbau

Der verwendete Versuchsaufbau entspricht dem bei Impulsentladungen in Plasmen üblichen Entladungskreis (Abb. 1). Ein Kondensator von $7,7 \mu\text{F}$ und 18 kV ist über eine Schaltfunkentstörung mit der Entladungsstrecke verbunden. Der Plasmakanal ist durch Graphitstäbe (EK 10) verschiedener Durchmesser ($2R=30$; 10 mm) und einer Länge von 200 mm ersetzt. Die Gesamtinduktivität des Kreises liegt zwischen 130 und 170 nH. Der mit einer Probespule gemessene Strom beträgt im ersten Maximum je nach Dimension der Entladungsstrecke 80–100 kA. Die Leitfähigkeit beider Graphitstäbe entspricht mit $333 (\Omega \text{ cm}^{-1})$ ungefähr der mittleren Leitfähigkeit des in unserem Institut früher untersuchten Stickstoffplasmas. Abb. 2 zeigt das Schema des konstruktiven Aufbaus. Die Funkenstrecke ist direkt mit dem positiven Pol des Kondensators verbunden. Ein kurzes Messingstück, das das Anbringen

des Zündanschlusses ermöglicht, dient zugleich als Halterung für die Graphitstäbe. Ein zylindrisches Messingrohr als Rückleiter ist auf die negative Platte des Kondensators aufgeflanscht und schließt damit den Stromkreis.

Die elektrischen und konstruktiven Daten der verwendeten Magnetsonde wurden in einer früheren Arbeit (THIELO⁴) ausführlich beschrieben.

2. Verlauf des ungestörten magnetischen Feldes

Der bei Hochfrequenzströmen auftretende Skin-Effekt hat einen Verlauf des ungestörten magnetischen Feldes zur Folge, der sich aus den MAXWELLSchen Gleichungen – unter Vernachlässigung des Verschiebungsstromes – und dem Ohmschen Gesetz ergibt.

Unter Verwendung der dem Problem angemessenen Zylinderkoordinaten (r, Θ, z) und mit den sich aus der Meßanordnung ergebenden Bedingungen $E_r = E_\Theta = 0$; $j_r = j_\Theta = 0$ und damit $H_r = H_z = 0$, sowie $\partial/\partial\Theta = \partial/\partial z = 0$

schreiben sich die MAXWELLSchen Gleichungen

$$\frac{\partial E_z}{\partial r} = \mu_0 \frac{\partial H_\Theta}{\partial t}; \quad \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot H_\Theta) \right\} = \sigma E_z.$$

Durch Elimination von E_z erhalten wir die Gleichung für das Magnetfeld in der Form

$$\frac{\partial^2 H_\Theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_\Theta}{\partial r} - \frac{H_\Theta}{r^2} = \mu_0 \cdot \sigma \cdot \frac{\partial H_\Theta}{\partial t}. \quad (4)$$

Mit den Randbedingungen

Leiterachse ($r=0$): $H(t)/H_0 = 0$,

Oberfläche ($r=R$): $H(t)/H_0 = \sin \omega t \cdot e^{-k t}$,

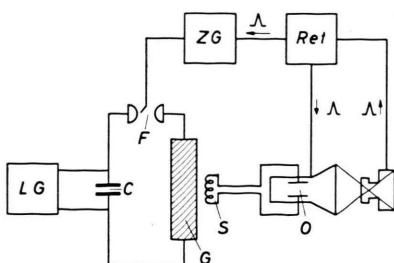


Abb. 1. Schematischer Versuchsaufbau. G = Graphitstab; S = Sonde; O = Oszilloskop; C = Impulskondensator; F = Schaltfunkentstörer; LG = Ladegerät; ZG = Zündgerät; Ret = Retarder.

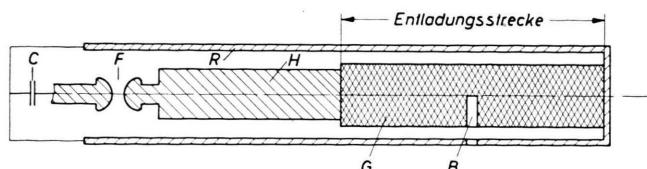


Abb. 2. Schematischer Aufbau des Entladungskreises. H = Halterung; G = Graphitstab; B = Bohrung; R = Rückleiter.

³ G. ECKER, W. KRÖLL u. O. ZÖLLER, Ann. Phys., Lpz. (VII) 10, 220 [1962].

⁴ W. THIELO, Z. Naturforschg. 18 a, 854 [1963].

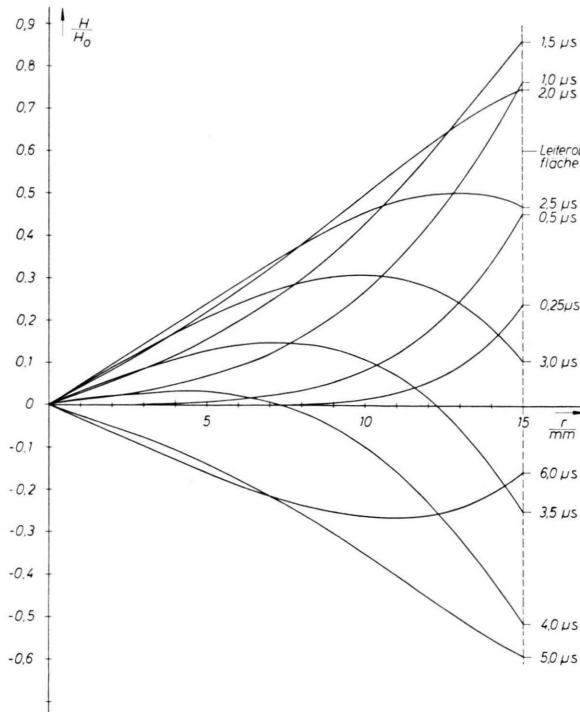


Abb. 3. Magnetfeldverteilung als Funktion des Radius mit der Zeit als Parameter bei einer Impulsenladung über einen zylindrischen Leiter ($\sigma = 333 \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$; $2R = 30 \text{ mm}$). $H_0 = H(t, R)/[\sin(\omega t) \cdot e^{-kT}]$.

ergibt die numerische Auswertung für die Zahlenwerte

$$R = 30 \text{ mm: } \omega = 10^6 \text{ s}^{-1}; k = 9,6 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1},$$

$$R = 10 \text{ mm: } \omega = 8,7 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}; k = 1,394 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$$

den Verlauf des ungestörten Feldes als Funktion von Ort und Zeit. Abb. 3 und 4 zeigen als Funktionen des Radius für bestimmte Zeiten diesen Verlauf. Man erkennt insbesondere beim 30 mm-Stab deutlich das zeitabhängige Eindringen des Feldes in den Leiter. Diese Zeitabhängigkeit muß bei der Interpretation des Verlaufs der gemessenen Störung berücksichtigt werden.

3. Definition des Rand-, Diffusions- und Volumfehlers

Die Verteilung des ungestörten magnetischen Feldes ergibt sich als Folge der Stromdichteverteilung im leitenden Volumen des zu messenden Objekts. Die Grenzfläche zwischen leitendem und nichtleitendem Volumen stellt den sogenannten Rand dar. Beim Einbringen einer Sonde in das Plasmavolumen wird

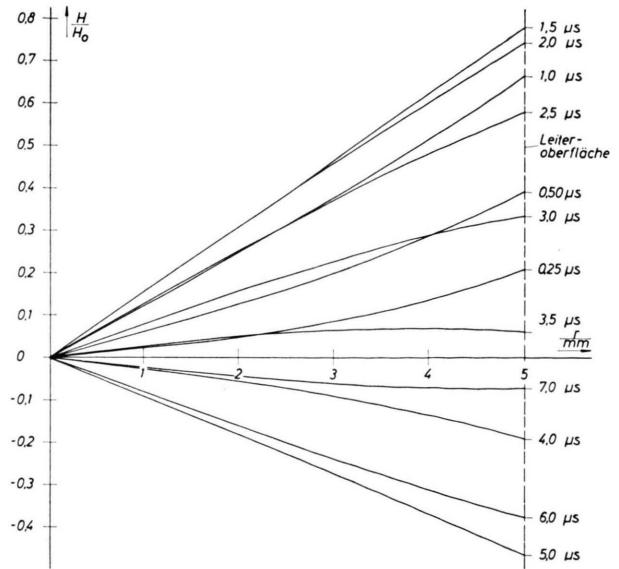


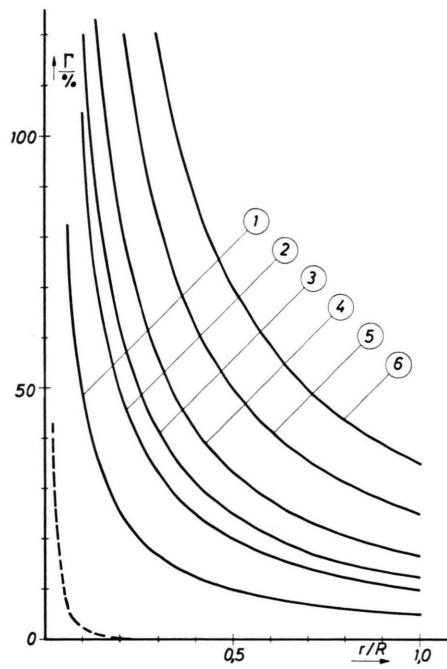
Abb. 4. Magnetfeldverteilung als Funktion des Radius mit der Zeit als Parameter bei einer Impulsenladung über einen zylindrischen Leiter ($\sigma = 333 \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$; $2R = 10 \text{ mm}$). $H_0 = H(t, R)/[\sin(\omega t) \cdot e^{-kT}]$.

durch das die Sonde umgebende Isolatorrohr der Rand und damit das Feld des elektrischen Stromes verändert.

In der erwähnten Arbeit von ECKER³ ist eine Berechnung dieser Randstörung für eine Anzahl statioärer Stromverteilungen durchgeführt. In der Praxis werden jedoch nur zeitlich veränderliche Ströme mit magnetischen Sonden untersucht. Die zeitliche Änderung des Stromdichteprofils verknüpft den Randfehler mit einem Diffusionsfehler, der auf den unterschiedlichen Diffusionsgeschwindigkeiten des magnetischen Feldes im Leiter und Nichtleiterloch beruht. Dieser Diffusionsfehler beeinflußt die zeitliche Zuordnung von gestörtem und ungestörtem Feld. Infolge der unterschiedlichen Diffusionsgeschwindigkeiten wird an Orten, an denen das ungestörte Feld verschwindende Werte besitzt, noch ein endlicher Wert im Bohrloch gemessen. Bei einer Impulsenladung überlagern sich Rand- und Diffusionsfehler.

Unmittelbar verknüpft mit diesen Fehlern ist das bei allen Magnetsondenmessungen auftretende Verhältnis von Störvolumen vor der Sondenspule zu untersuchtem Plasmavolumen, das als Volumfehler bezeichnet wird. Bei unseren Untersuchungen wird durch die in die Graphitstäbe gebohrten Löcher das Eindringen der Sonde in das Plasma simuliert. In diesem Fall ist der Volumfehler durch die geometri-

schnen Abmessungen der Bohrungen und der Entladungsstrecke bestimmt und ergibt sich mit r_s = Radius der Bohrung und r = Abstand Sonderspulenachse – Leiterachse zu $\Gamma(r) = \frac{1}{2} r_s/r$. Abb. 5 zeigt die untersuchten Stördimensionen und den Verlauf des dazugehörigen Volumfehlers.



Nr.	2 R/mm	2 r _s /mm	Γ (r/R)
1	30	3,0	0,05 / (r/R)
2	30	6,0	0,1 / (r/R)
3	10	2,5	0,125 / (r/R)
4	30	10,0	0,166 / (r/R)
5	10	5,0	0,250 / (r/R)
6	10	7,0	0,350 / (r/R)

Abb. 5. Verlauf des Volumfehlers Γ für die untersuchten Stördimensionen (--- Volumfehler nach ECKER).

4. Meßergebnisse

Entsprechend den in Abb. 5 angeführten Stördimensionen wurde das magnetische Feld in den Bohrlöchern in $1/2$ – 1 mm-Stufen ausgemessen. Bezeichnet man mit $H_g(r, t)$ das gestörte und mit $H_u(r, t)$ das ungestörte Feld, so bedeutet

$$\frac{\Delta H}{H_u} = \frac{H_g - H_u}{H_u} \quad (5)$$

die als Randfehler bezeichnete relative Magnetfeldstörung, in Abb. 6 bis 11 dargestellt als Funktion des Radius für verschiedene Zeiten. Die gestrichelte

Kurve zeigt jeweils den dazugehörigen Verlauf des Volumfehlers Γ . Man erkennt deutlich den auf Grund der Eigenschaften des Randfehlers zu erwartenden Verlauf: Mit abnehmendem Radius R der untersuchten Entladungszone erhöht sich die Feldstörung.

Die zeitliche Abhängigkeit ist auf den in Abschnitt 3 beschriebenen Diffusionsfehler zurückzuführen. Zu frühen Zeiten ist der Einfluß des Skin-Effektes besonders stark und führt zu einem unbegrenzten Anwachsen des Verhältnisses $\Delta H/H_u$. Unterschiedliche Ergebnisse für die beiden Leiterdurchmesser liegen darin begründet, daß der Radius $R = 5$ mm in der Größenordnung der Skin-Tiefe liegt; ein Ergebnis, das der ungestörte Magnetverlauf (s. Abb. 4) erwarten läßt.

Die gemessenen Kurven zeigen weiterhin, daß mit wachsendem Volumfehler der Randfehler zunimmt. Jedoch ist die Zunahme des Volumfehlers größer als die des Randfehlers. Wir werden im folgenden noch diskutieren, ob sich aus diesem Zusammenhang Möglichkeiten für eine Fehlerabschätzung an Hand des Volumfehlers ergeben. Zunächst soll kurz die eingangs erwähnte theoretische Arbeit betrachtet werden.

5. Theoretische Behandlung des Problems nach ECKER

In dem hier untersuchten Fall dringt eine Sonde – modellmäßig dargestellt als eine auf einen zylindrischen Schaft aufgebrachte Halbkugel mit der Meßspule im Mittelpunkt – radial in eine zylindersymmetrische StromdichteVerteilung ein. Der durch die veränderten Randbedingungen für den Strom in der Entladungsstrecke bedingte Fehler wird mit Hilfe des BIOT-SAVARTSchen Gesetzes und der Lösungen der Potentialgleichung für die Stromdichte für einige zeitunabhängige Stromdichteprofile berechnet. (Geometrische Randwerte: Leiterdurchmesser $2 R = 50$ mm; Sondendurchmesser – Zylinder und Halbkugel – $2 r_s = 1$ mm.) Abb. 12 zeigt die angenommenen Profile und den Verlauf des dazugehörigen Verhältnisses Rand- zu Volumfehler. Die Ergebnisse lassen erkennen, daß der berechnete Randfehler in allen Fällen größer ist als der Volumfehler, und daß es praktisch keine radialen Bereiche gibt, für die der Randfehler an Hand des Volumfehlers abgeschätzt werden kann.

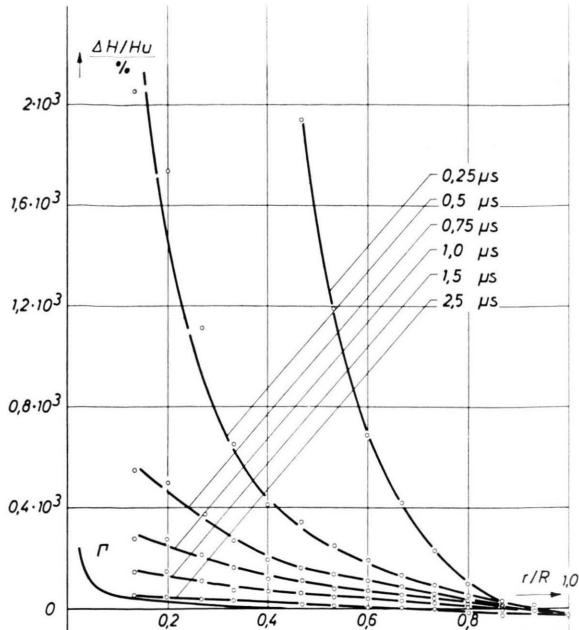


Abb. 6. Relative Magnetfeldstörung $\Delta H/H_u$ als Funktion des Radius für verschiedene Zeiten ($R=15$ mm, $r_s=1,5$ mm).

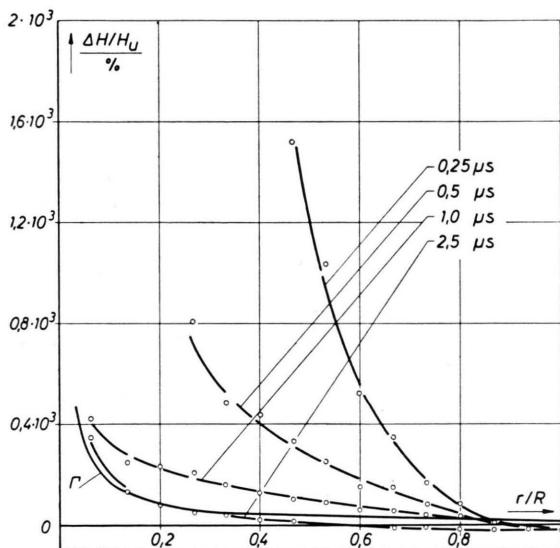


Abb. 8. Relative Magnetfeldstörung $\Delta H/H_u$ als Funktion des Radius für verschiedene Zeiten ($R=15$ mm, $r_s=5$ mm).

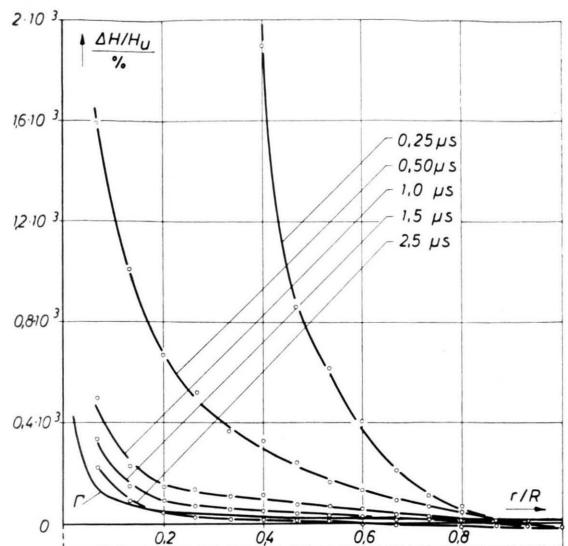


Abb. 7. Relative Magnetfeldstörung $\Delta H/H_u$ als Funktion des Radius für verschiedene Zeiten ($R=15$ mm, $r_s=3$ mm).

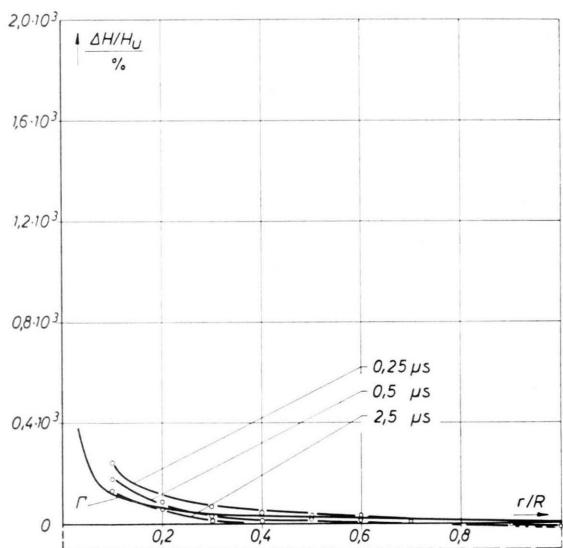


Abb. 9. Relative Magnetfeldstörung $\Delta H/H_u$ als Funktion des Radius für verschiedene Zeiten ($R=5$ mm, $r_s=1,25$ mm).

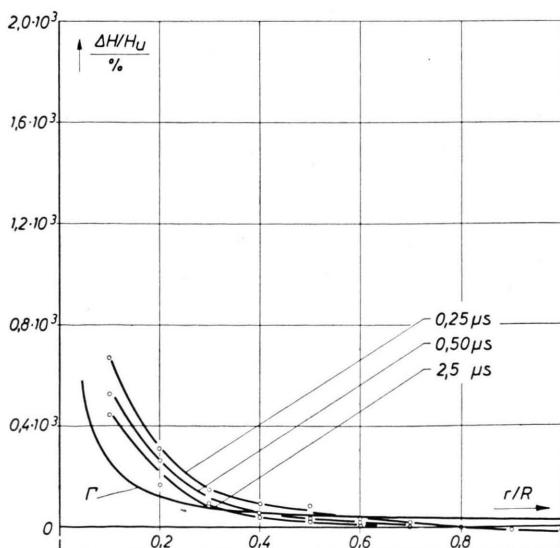


Abb. 10. Relative Magnetfeldstörung $\Delta H/H_u$ als Funktion des Radius für verschiedene Zeiten ($R=5$ mm, $r_s=2,5$ mm).

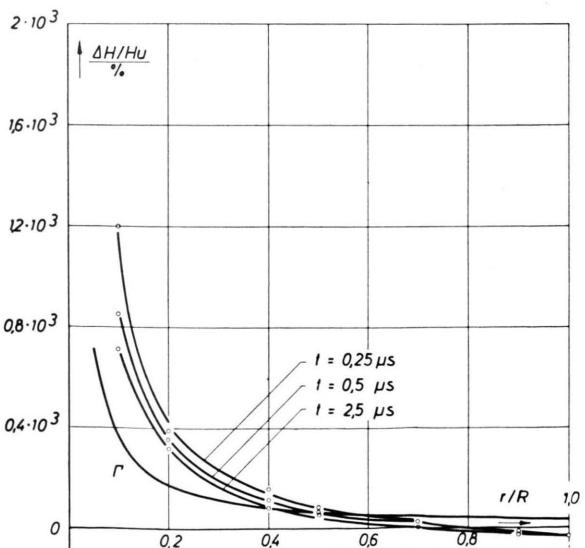


Abb. 11. Relative Magnetfeldstörung $\Delta H/H_u$ als Funktion des Radius für verschiedene Zeiten ($R=5$ mm, $r_s=3,5$ mm).

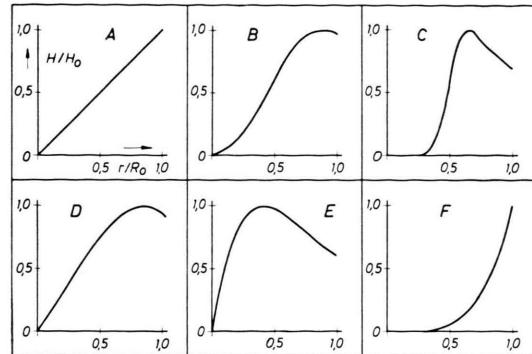
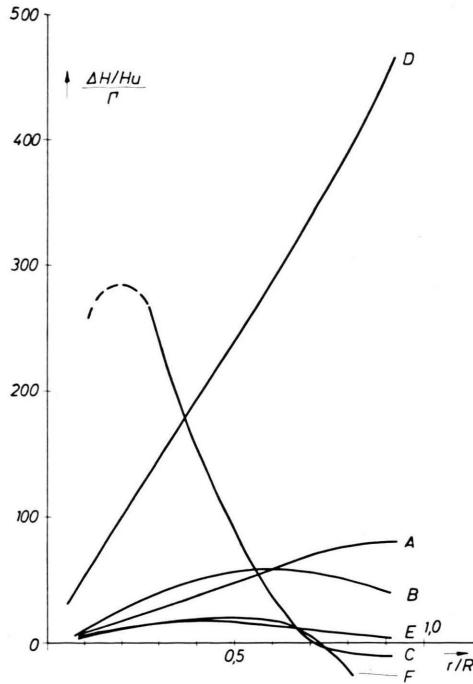


Abb. 12. Relative Magnetfeldstörung $\Delta H/H_u$ im Verhältnis zum Volumfehler Γ für verschiedene Feldprofile nach ECKER et al.

6. Vergleich zwischen Theorie und Experiment

Für einen Vergleich zwischen Experiment und Theorie können aus der zeitlichen Mannigfaltigkeit der experimentellen Verteilung (s. Abb. 3 u. 4) nur die Feldprofile ausgewählt werden, die den bei der theoretischen Berechnung zugrunde gelegten stationären Profilen entsprechen. Beim 30 mm-Stab sind dies die Zeiten $t = 0,5 \mu\text{s}$ (Profil F), $t = 2,0 \mu\text{s}$ (Profil A) und $t = 2,5 \mu\text{s}$ (Profil D). Die Abb. 13 bis 15 zeigen das Verhältnis von Feldstörung zu Volumfehler für diese Zeiten mit dem Stördurchmesser als Parameter. Beim 10 mm-Stab kann wegen des geringen Skin-Effektes und der dadurch bedingten annähernd linearen radialen Feldverteilung praktisch für alle Zeiten mit Profil A verglichen werden. Der Kurvenverlauf mit der Zeit als Parameter ist in den Abb. 16 bis 18 dargestellt. Die ausgezogenen Kurven geben den jeweils dazugehörigen theoretischen Verlauf des Verhältnisses der Feldstörung zum Volumfehler nach ECKER wieder.

Man erkennt, daß die theoretischen Werte weit über den gemessenen liegen. Eine Ausnahme bildet lediglich der 30 mm-Stab bei $0,5 \mu\text{s}$, wo sich die durch den Skin-Effekt bedingte Zeitabhängigkeit besonders stark bemerkbar macht.

Zur Erklärung dieses Verhaltens betrachten wir die funktionelle Abhängigkeit der ins Verhältnis gesetzten Größen:

a) Für den radialen Volumfehlerverlauf gilt beim Experiment:

$$\Gamma = \frac{1}{2} \frac{r}{r_s} = \frac{1}{2} \left(\frac{r_s}{R} \right) \cdot \frac{1}{\varrho} \quad (6)$$

und bei der theoretischen Behandlung

$$\Gamma = \frac{1}{3} \left(\frac{r_s}{r} \right)^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{r_s}{R} \right)^2 \cdot \frac{1}{\varrho^2}. \quad (7)$$

Ohne Berücksichtigung der Tatsache, daß sich die Volumfehler infolge der geometrischen Randbedingungen unterscheiden, kann das Verhältnis r_s/R an einem bestimmten radialen Ort als Maß für die geometrische Störung angesehen werden.

b) Das Verhalten des Randfehlers ist durch die von ECKER angegebene Gl. (15) für die Feldstörung bei konstantem radialen Stromdichteverlauf

$$\frac{\Delta H}{H_u} = \frac{r_s}{r} \left(0,62 + \frac{R-r}{r_s} - \sqrt{1 + \left(\frac{R-r}{r_s} \right)^2} \right) \quad (8)$$

gegeben. Führen wir in diese Gleichung $\varrho = r/R$ und $x = r_s/R$ ein, so erhalten wir

$$\frac{\Delta H}{H_u} = \frac{x}{\varrho} \left(0,62 + \frac{1-\varrho}{x} - \sqrt{1 + \left(\frac{1-\varrho}{x} \right)^2} \right). \quad (9)$$

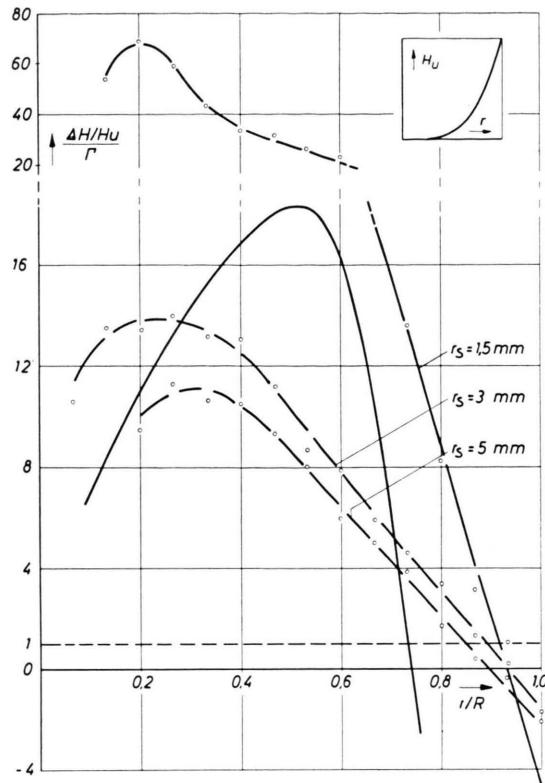


Abb. 13. Relative Magnetfeldstörung $\Delta H/H_u$ im Verhältnis zum Volumfehler Γ für $R=15$ mm und $t=0,5 \mu\text{s}$.

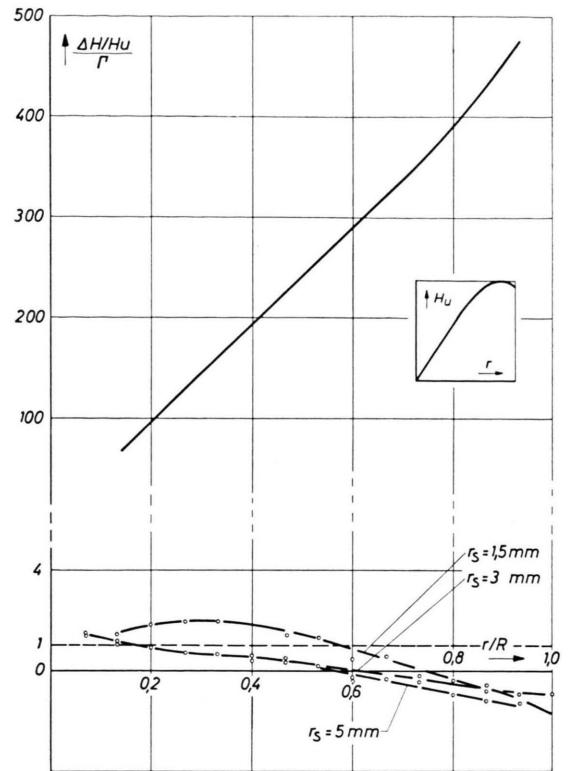


Abb. 15. Relative Magnetfeldstörung $\Delta H/H_u$ im Verhältnis zum Volumfehler Γ für $R=15$ mm und $t=2,5 \mu\text{s}$.

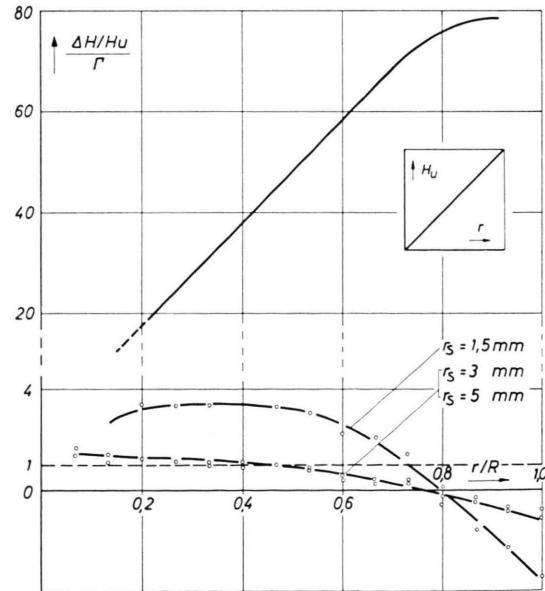


Abb. 14. Relative Magnetfeldstörung $\Delta H/H_u$ im Verhältnis zum Volumfehler Γ für $R=15$ mm und $t=2,0 \mu\text{s}$.

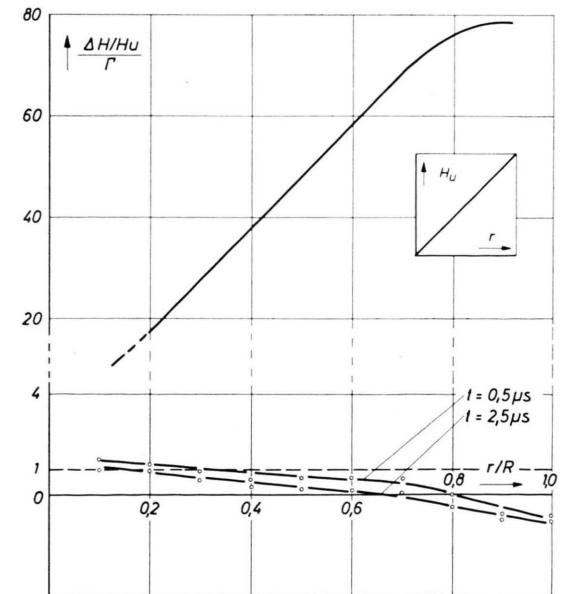


Abb. 16. Relative Magnetfeldstörung $\Delta H/H_u$ im Verhältnis zum Volumfehler Γ für $R=5$ mm, $r_s=1,25$ mm.

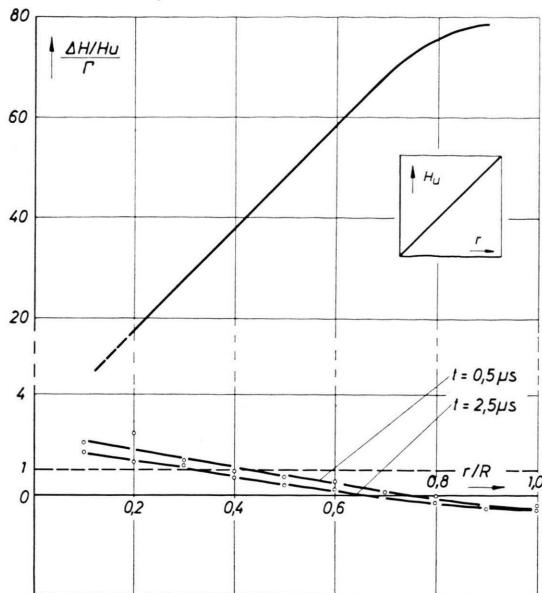


Abb. 17. Relative Magnetfeldstörung $\Delta H/H_u$ im Verhältnis zum Volumfehler Γ für $R=5$ mm, $r_s=2,5$ mm.

Die theoretische Magnetfeldstörung ist also wie der Volumfehler [Gl. (6), (7)] nur vom Störverhältnis x und vom normierten Radius q abhängig. Bei den theoretischen Berechnungen wurde ein Störverhältnis von $x=0,02$ zugrunde gelegt. Dagegen liegen die experimentellen Werte bei $x=0,1 \dots 0,7$.

Infolgedessen ist die Ursache der festgestellten Unterschiede im Verhältnis Feldstörung zu Volumfehler zwischen Theorie und Experiment in den unterschiedlichen Störverhältnissen zu suchen. Eine Variation des Störparameters x in Gl. (7) und (9) ergibt die gleiche Abhängigkeit und beweist damit die Richtigkeit der Annahme. Das gleiche Ergebnis liefert die Kombination von Gl. (7) und (9). Für zunehmende Volumfehler ergibt sich eindeutig eine Annäherung des Randfehlers an den Volumfehler. Dabei muß beachtet werden, daß die theoretische Formel für Störverhältnisse $x \ll 1$ gilt und damit für $x \rightarrow 1$ nur den qualitativen Verlauf wiedergibt. Prinzipiell erhalten wir jedoch die beim Experiment gefundene Abhängigkeit.

7. Diskussion

Bei der Betrachtung der Ergebnisse treten zwei Erscheinungen besonders deutlich hervor:

- Teilweise erhebliche Unterschiede zwischen Rand- und Volumfehler,

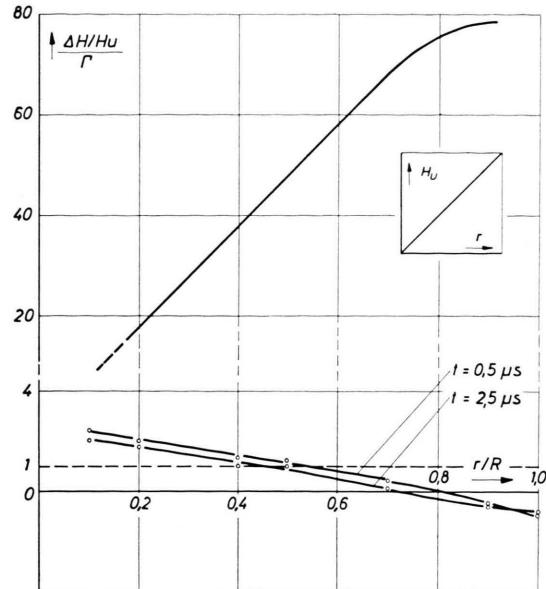


Abb. 18. Relative Magnetfeldstörung $\Delta H/H_u$ im Verhältnis zum Volumfehler Γ für $R=5$ mm, $r_s=3,5$ mm.

b) Die zeitliche Abhängigkeit des Randfehlers.

Die zeitliche Abhängigkeit wurde schon in Kap. 3 mit dem Skin-Effekt und den damit verbundenen unterschiedlichen Diffusionsgeschwindigkeiten des Magnetfeldes im Leiter und Nichtleiterloch begründet.

Die festgestellte Abhängigkeit des Randfehlers vom Volumfehler läßt sich durch die erwähnte Störung der Strömung erklären. Das Einbringen einer Störung verdrängt die Stromfäden an diesem Ort. Entsprechend der für laminare Strömungen gelgenden Kontinuitätsgleichung der Hydromechanik

$$\varrho w F = \text{const}$$

kann im vorliegenden Fall mit $\varrho w = j$

$$j F = \text{const} = I_0 \quad (F \text{ durchströmter Querschnitt})$$

gesetzt werden, wenn die Störung den Gesamtwiderstand des Entladekreises und damit den Entladestrom I_0 nicht wesentlich ändert. In diesem Fall erhöht sich die Stromdichte im gestörten Querschnitt in Abhängigkeit vom geometrischen Störvolumen. Es ist zu erwarten, daß sich die Störung bei kleinem Störverhältnis $x (x = r_s/R \ll 1)$ nur auf die Stromdichte in der Umgebung des Störvolumens auswirkt und in diesem Bereich zu einem hohen Stromdichtegradienten führt. Bei Werten für $x \rightarrow 1$ wird sich die Störung auch auf weite Querschnittsbereiche aus-

wirken und einen kleineren Gradienten zur Folge haben.

Experimentell wird das Feld in einem Punkt P der Achse der zylindrischen Störung gemessen. Für den Beitrag eines einzelnen Stromfadens zur Feldkomponente in Richtung der Sondenachse gilt

$$dH_\theta = \frac{j \cdot dF}{2 \pi a} \sin \alpha, \quad (10)$$

wobei a der Abstand zwischen Stromfaden und Mittelpunkt der Meßspule ($P, j \cdot dF$) ist und α der Winkel zwischen ($P, j \cdot dF$) und der Achse der Meßspule. Aus einem Winkelbereich $d\alpha$ in der Entfernung a bestimmen eine Anzahl Stromfäden $j \cdot a \cdot da \cdot d\alpha$ den Beitrag zum Feld im Meßpunkt P. Eine Vergrößerung der Störung führt zu einer Vergrößerung des Abstandes zwischen Stromfaden und Meßspule und damit zu einer Abnahme des Feldes im Meßpunkt.

Der Gesamtstörung des Feldes infolge der Verdrängung der Stromlinien liegt noch ein zweiter Effekt zugrunde. Im Innern eines Leiters ergibt sich in jedem Punkt ein Feld, das bei zylindersymmetrischer Stromverteilung nur von den Strömen innerhalb eines konzentrischen Kreises durch diesen Punkt bestimmt ist (Durchflutungsgesetz). Die Ströme außerhalb dieses Kreises kompensieren sich in ihrer Wirkung. Durch das Einbringen einer Störung fehlen die verdrängten Ströme außerhalb des Meßpunktes teilweise zur Kompensation diametral verlaufender Stromfäden. Die Folge ist eine Erhöhung des Feldes im Meßpunkt, die umso stärker auftritt, je

geringer der Abstand zwischen Meßspule und Leiterachse ist. Dieser Umstand erklärt das starke Anwachsen des Feldes in Achsen Nähe sowohl in den experimentellen als auch theoretischen Ergebnissen.

Zu beachten ist, daß die bisherigen Betrachtungen, sowie die theoretischen Berechnungen nur für eine punktförmige Messung gelten. Da eine Sonde jedoch endliche Abmessungen besitzt, können unsere Modellvorstellungen nur beschränkt auf die tatsächlichen Verhältnisse übertragen werden. Darüber hinaus wird sich auch der Einfluß des Diffusionsfehlers bei Messungen im Plasma ändern, da das Feld nur in der dünnen Schicht des Isolatorrohres schneller diffundiert als im Plasma. Wie die experimentellen Ergebnisse zeigen, ist eine Abschätzung des Randfehlers durch den Volumfehler durchaus möglich, wenn der Volumfehler genügend groß ist. Allerdings sind dies Bereiche, in denen der Randfehler ein Mehrfaches des Absolutwertes beträgt, und die damit für eine Messung uninteressant sind. Um den Fehler in verträglichen Grenzen zu halten, muß mit kleinen Stördimensionen x gearbeitet werden. Der Randfehler kann dann jedoch nicht mehr durch den Volumfehler abgeschätzt werden, ein Ergebnis, zu dem auch ECKER gekommen ist, sondern muß durch entsprechende experimentelle oder theoretische Untersuchungen bestimmt werden.

Wir danken dem Direktor des Instituts für theoretische Physik der Ruhr-Universität Bochum, Herrn Prof. Dr. G. ECKER, sowie seinen Mitarbeitern, Herrn Dr. KRÖLL und Herrn Dr. ZÖLLER, für wertvolle Diskussionen im Rahmen dieser Arbeit.